Fluid Mechanics Homework #5

——杨敬轩

——SZ160310217

**1、写出不可压缩牛顿流体的连续性方程和运动方程在直角坐标系中无量纲形式的方程组和边界条件。**

解：设外力为重力，重力方向沿轴负方向，则不可压缩粘性流体运动的方程组及初边条件具有下列形式：



边界条件：



初始条件：



引进特征时间，特征长度，特征速度，特征压力，有量纲量和无量纲量之间的关系如下：



定义为Strouhal数，为Euler数，为Reynolds数，为Froude数，将式代入式、式和式中得到无量纲形式的方程组及边界条件：



边界条件：



初始条件：在时



**2、带有自由面的不可压缩粘性流体在倾斜板上由于重力作用发生流动。设斜板为无限平面，它与水平面的倾角为 **。设流动是定常的平行直线运动，流体深为*h* 。求流体速度分布、流量、平均速度、最大速度及作用在板上的摩擦力。**



题 2 图

解：建立如题2图所示的直角坐标系，依题意可知，，，，由粘性不可压缩流体的连续性方程和运动方程可得：



即：



解式得：



边界条件为：



将边界条件式代入式可知：



所以，流体的速度分布为：



流体速度为二次函数，易知最大速度在处取得，最大速度为：



在上的平均速度为：



流量为平均速度与流体深度的乘积：



作用在板上的摩擦切应力为：



**3、考虑两个同轴圆柱面间的粘性不可压缩流体由于压力梯度而产生的运动。设两 圆柱的半径分别为 *a*和 *b*，长度为无限。试求该流动的速度分布和管壁上所受的粘性摩擦力。设运动定常，不计外力，沿管轴方向的压力梯度为常数。**



题 3 图

解：如下图所示，以轴线为建立坐标系：



题 3 解图

依题意，，，，柱坐标下粘性不可压缩流体的连续性方程和运动方程为：



其中：





所以，



解偏微分方程得：



边界条件：



将式代入式可得：







所以，速度分布为：



速度沿径向的梯度为：



所以，管壁受到的摩擦切应力为：



**4、从 N-S 方程出发，利用平均化运算法则推导平均物理量满足的方程组。**

解：考虑不可压缩流体情形，假设体积力可以忽略，此时N-S方程为：



将连续性方程加到运动方程中，利用乘积求导的反向运算可得：



对方程组两边进行平均化运算可知



利用平均化运算后的连续性方程化简运动方程，可得平均物理量满足的方程组为：



(4.4)

**5、定义函数为物理量*f*对时间的平均值，即**

**，**

**其中，*T*为平均周期，是常数；且，为物理量相对平均值的脉动量。求证：**

**.**

证明：

